

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**N.B. Giustificare ogni affermazione.**

**Esercizio 1.** Si consideri il seguente campo di forze:

$$F(x, y) = \left( \frac{ax}{2x^2 + 4y^2 - 1} + y; \frac{8y}{2x^2 + 4y^2 - 1} + x + 1 \right)$$

- 1) Determinare, se possibile, i valori del parametro  $a$  in modo tale che il campo risulti conservativo in tutto il suo dominio.
- 2) Per tali valori del parametro  $a$  calcolare il seguente integrale:

$$\int_{\gamma} F$$

essendo:  $\gamma(t) = (4 + \cos t, \sin t)$  con  $0 \leq t \leq \pi/2$

**Esercizio 2.** Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x + y(x)}{y(x) - \sin x} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Tracciare il grafico locale della soluzione, dopo averne provato l'esistenza.

**Esercizio 3.** Si consideri la funzione:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{-nx}}{n+2}$$

- 1) Trovare il dominio della funzione.
- 2) Dimostrare che la funzione  $f$  é continua nel suo dominio.

**Esercizio 4.** Studiare il carattere delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n!}{e^{n^2}}$$
$$\sum_{n=0}^{+\infty} n^{\alpha} \ln(1 + 1/n)$$

essendo  $\alpha$  un parametro reale.