Analisi matematica II
Esame scritto – 12 febbraio 2010

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri il seguente campo vettoriale:

$$F(x, y) = \left(\frac{y}{x^2 + y^2} - \frac{1}{x} \right) dx + \left(\frac{ax + by}{x^2 + y^2} + \frac{1}{y} \right) dy$$

- a) Determinare, se possibile, i valori di $a, b \in \mathbb{R}$ in modo tale che F sia conservativo nel suo dominio.
b) Per tali valori calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_{\gamma} F$$

essendo: $\gamma(t) = (t, t^2 - t)$ con $2 \leq t \leq 3$.

- c) Siano $a = b = 0$. Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_{\gamma} F$$

essendo: $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ con $\pi/4 \leq t \leq \pi/3$.

Analisi matematica II
Esame scritto – 12 febbraio 2010

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \frac{e^{(x+y)^3} + \sin(x+y)^3 - 1}{x^2 + y^2}$$

- a) La funzione è prolungabile per continuità in tutto $\mathbb{R}^2$?
- b) La funzione così prolungata è differenziabile in $\mathbb{R}^2$?
- c) Calcolare, se esiste, la derivata direzionale massima della funzione così prolungata nel punto $(0, 0)$.

Analisi matematica II
Esame scritto – 12 febbraio 2010

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Dato il sistema differenziale

$$\begin{cases} y_1'(x) = 2y_1(x) + 6y_2(x) - 2\cos x - \sin x \\ y_2'(x) = y_1(x) + y_2(x) - \cos x \end{cases}$$

- a) trovare due soluzioni linearmente indipendenti del sistema omogeneo associato;
- b) trovare una soluzione particolare del sistema completo;
- c) trovare l'integrale generale del sistema dato.