Analisi matematica 2B – Ingegneria CH.Ei.Nv.

Esame scritto – 13 gennaio 2012

COGNOME ________________________ NOME _____________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = \sqrt{x+1}\ \ y(x) \ln y(x) \\ \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

1) Studiare esistenza ed unicitá della soluzione al variare di $y_0 \in \mathbf{R}$.

2) Sia d'ora in poi $y_0 = e$. Scrivere un'espressione analitica esplicita della soluzione, specificandone il dominio.

3) Calcolare, al variare del parametro reale k, il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0+} \frac{y(x) - e(x+1)}{x^k}$$

Analisi matematica 2B – Ingegneria CH.Ei.Nv.

Esame scritto – 13 gennaio 2012

COGNOME ________________________ NOME ______________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x,y) = \sqrt{\frac{x^2 - 4\,y^2}{x - y}}$$

1) Tracciare il dominio della funzione.

2) Stabilire se la funzione può essere prolungata per continuità in $(0,0)$.

3) Determinare l'equazione $z = P(x,y)$ del piano tangente al grafico della funzione nel punto $(1,0,f(1,0))$.

Analisi matematica 2B – Ingegneria CH.Ei.Nv.

Esame scritto – 13 gennaio 2012

COGNOME ________________________ NOME ____________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_k^x \frac{\ln(|t-3|)}{(|t|+1)(e^{\arctan\frac{1}{t}} - e^{\frac{\pi}{2}})}\, dt$$

1) Determinare il dominio della funzione al variare del parametro reale k.

Sia d'ora in poi $k = 1$

2) Determinare l'insieme di derivabilitá di f e i limiti agli estremi del dominio.

3) Determinare, se esistono, gli estremi locali e globali della funzione e tracciarne il grafico.

4) Stabilire se la funzione $h(x) = \frac{f(x)}{\ln(|x|)}$ possa essere prolungata per continuitá in $x_0 = 0$