

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = |y(x)| + x^2 \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

- 1) Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare di $y_0 \in \mathbf{R} - \{0\}$.
- 2) Sia d'ora in poi $x_0 = y_0 = 0$. Scrivere un'espressione analitica esplicita della soluzione.
- 3) Esistono $y'''(0)$ e $y^{IV}(0)$?

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{e^x + y - 1}}{(x^2 + y^2)^\alpha}$$

essendo $\alpha > 0$.

- 1) Tracciare il dominio della funzione.
- 2) Stabilire se la funzione può essere prolungata per continuità in $(0, 0)$.

Sia d'ora in poi $\alpha = 1$

- 3) Determinare se esistono minimi e massimi locali di f in $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0; y \geq 1\}$
- 4) Calcolare il seguente integrale:

$$\int \int_D (x^2 + y^2) f(x, y) \, dx dy$$

essendo $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \leq 3 - e^x; x \geq 0; y \geq 1\}$

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_1^x \frac{\sqrt[3]{t} [\arccos(\frac{-t^2}{t^2+1}) - \pi]}{\ln(|e+t|) - 1} dt$$

- 1) Determinare il dominio di f .
- 2) Determinare l'insieme di continuità e di derivabilità.
- 3) Studiare i limiti agli estremi del dominio e tracciare il grafico della funzione.