Analisi matematica I – Ingegneria Ch. Ei. Mc.Nv.
appello – 13 gennaio 2012

COGNOME ________________________ NOME _____________________________

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 1. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = x - (x+1)\ln x$$

1) [p.ti 4] Tracciare il grafico della funzione dopo averne studiato e opportunamente motivato il dominio, i limiti agli estremi del dominio, la monotonia.
2) [p.ti 3] Dimostrare l'invertibilitá, in un opportuno intorno di $x_0 = e$, della funzione $g(x) = |f(x)|$ e calcolare, se esiste, $(g^{-1})'(-1)$.
3) [p.ti 3] Stabilire se risulta limitata in tutto il suo dominio la funzione: $h(x) = \frac{f(x)}{1+|f(x)|}$

Analisi matematica I – Ingegneria Ch. Ei. Mc.Nv.

appello – 13 gennaio 2012

COGNOME ________________________ NOME _____________________________

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = (\sin x)^{(1-\cos x)}$$

1) [p.ti 3] Determinare il dominio della funzione.

2) [p.ti 2] Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0+} f(x)$$

3) [p.ti 5] Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 4 di f centrato in $x_0 = \frac{\pi}{2}$

Analisi matematica I – Ingegneria Ch. Ei. Mc.Nv.

appello – 13 gennaio 2012

COGNOME ________________________ NOME ______________________________

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 3. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\ln(x+y) - \cos(\pi x)}{\sqrt[4]{|2x-1||2y-1|}} & (2x-1)(2y-1) \neq 0 \\ \\ x+y-1 & (2x-1)(2y-1) = 0 \end{cases}$$

1) [p.ti 3] Stabilire se la funzione f sia continua in $P_0(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

2) [p.ti 3] Stabilire se la funzione f sia differenziabile in $P_0(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

3) [p.ti 4] Determinare, se esistono,i punti di minimo e massimo globali della funzione:

$$g(x,y) = \ln(x+y) - \cos(\pi x) - \pi y$$

in $A = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq 4x + 4y \leq 2;\ \ -1 \leq x \leq 0\}$