

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 1. Si consideri il seguente campo di forze:

$$F(x, y) = (\arctan(x + y) + \frac{x}{1 + (x + y)^2} ; \frac{x}{1 + (x + y)^2} + 1)$$

- a) Dimostrare che il campo é conservativo nel suo dominio.
b) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{\gamma} F$$

essendo γ la curva la cui traccia é l'arco di parabola di equazione $y = x^2 + 1$ con $x \in [0, 1]$.

- c) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{\gamma} x ds$$

essendo γ la curva del punto precedente.

Esercizio 2. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y_1'(x) = y_1(x) - y_2(x) \\ y_2'(x) = y_1(x) - y_2(x) + x \\ y_1(0) = y_2(0) = 0 \end{cases}$$

- a) Tracciare il grafico della prima componente della soluzione in un intorno di $x_0 = 0$.
b) Trovare la soluzione.

Esercizio 3. Si studi il carattere delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (1 - e^{-1/n}) \frac{\sqrt{n+1}}{n}$$
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{kn^2+1} - \sqrt{n}}{n}$$

essendo $k \in \mathbb{R}$.

Esercizio 4. Sia

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n!} x^n$$

- a) Determinare il dominio di f .
b) Studiare la derivabilit  di f .

Esercizio 5. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = x \sin(x + y(x)) \\ y(0) = \pi/2 \end{cases}$$

- a) Tracciare il grafico della soluzione in un intorno di $x_0 = 0$.
b) Determinare il dominio della soluzione.