

Analisi Matematica II

14 gennaio 2010

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 1 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(xy) - xy}{(x^2 + y^2)^\alpha} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ la funzione é continua in tutto il suo dominio ?
- Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ la funzione é differenziabile in tutto il suo dominio ?
- Sia $\alpha = 1$. La funzione é limitata in tutto il suo dominio?

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 2 Si consideri il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} y_1'(x) = y_1(x) + y_2(x) \\ y_2'(x) = -4y_1(x) + y_2(x) + 1 \end{cases}$$

- a) Si determini una matrice fondamentale del sistema omogeneo associato.
- b) Si tracci in un intorno di $x_0 = 0$ il grafico delle due componenti della soluzione del sistema completo soddisfacente la condizione iniziale: $y_1(0) = y_2(0) = 0$.
- c) Si trovi esplicitamente la soluzione nel caso del punto precedente.

Cognome.....Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 3 Si consideri la seguente superficie:

$$\begin{cases} x = u + v \\ y = u - v \\ z = u^2 + v^2 \end{cases}$$

essendo $u^2 + v^2 \leq 1$.

- a) Scrivere, se esiste, l'equazione del piano tangente alla superficie nel punto $P = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2})$.
- b) Trovare l'area della superficie.