

Analisi Matematica 2B

appello 14 settembre 2010

Cognome.....:Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 1 Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{\sqrt{1+x}}{y(x)} \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

a) Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare delle condizioni iniziali.

b) Siano $x_0 = 0$ e $y_0 = 1$. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(y(x) - 1)^2}{1 - \cos x}$$

c) Siano $x_0 = 0$ e $y_0 = 1$. Tracciare il grafico locale e trovare un'espressione analitica esplicita della soluzione.

Cognome.....:Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 2 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \frac{e^{x+y} - x - y - 1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

- a) Stabilire se la funzione sia prolungabile per continuità in $(0, 0)$.
- b) Stabilire se la funzione eventualmente prolungata per continuità risulta essere anche differenziabile in tutto il suo dominio.
- c) Trovare un maggiorante e un minorante del seguente integrale:

$$\iint_A f(x, y) \, dx dy$$

essendo $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$

Cognome.....:Nome.....

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 3 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_{\pi}^x \frac{te^{-\frac{t^2}{6}} - \sin t}{(\ln(e^t - t))^{\alpha}} dt$$

- a) Determinare il dominio di f al variare del parametro reale α .
- b) Sia $\alpha = e$. Determinare l'insieme di derivabilità e trovare un intorno in cui f risulta strettamente monotona.
- c) Sia $\alpha = e$. Studiare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

- d) Determinare un minorante e un maggiorante di $f(4)$.