Analisi Matematica 2B
appello 16 febbraio 2010

Cognome.....................................Nome........................

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 1 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{xy^2} + \sin(xy^2) - 1}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) La funzione é continua in tutto il dominio?
b) La funzione é differenziabile in tutto il dominio?
c) Calcolare, se esiste, la derivata direzionale massima in $(0,0)$.
d) Trovare, se esiste, un maggiorante per il seguente integrale:

$$\iint_A f(x,y)\, dxdy$$

essendo $A = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2,\ x \leq y \leq \sqrt{3}\, x\}$

Cognome.....................................Nome........................

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 2 Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = -y(x)\ln(|x|) + \ln(x^2 + x) \\ \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

a) Studiare esistenza ed unicitá della soluzione al variare di x_0 e y_0, precisando l'intervallo in cui risulta essere definita la soluzione.

b) Scrivere un'espressione in forma integrale della soluzione nel caso: $x_0 = 1$ e $y_0 = 0$.

c) Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \to +\infty} y(x)$$

nel caso: $x_0 = 1$ e $y_0 = 0$.

Cognome.....................................Nome........................

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 3 Si considerino le seguenti funzioni:

$$g(x) = \frac{\sqrt{|x|}\,(|x| - \sin x)}{e^{x^2} - \sqrt{1+2x^2}}$$

e

$$f(x) = \int_k^x g(t)\,dt$$

a) Determinare, al variare del parametro reale k il dominio di f.
b) Sia $k = 1$. Provare, motivando, che esiste $c \in \mathbf{R}$ tale che: $f(2) = g(c)$.
c) Sia $k = -1$. Studiare la convergenza del seguente integrale:

$$\int_{-1}^{0} f(t)\,dt$$