

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 17-6-2010 – A. A. 2009/10

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Sia:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\arctan(x-y)}{(x^2+y^2)^\alpha} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$:

- (i) [4 punti] la funzione f è continua in $(0,0)$;
- (ii) [2 punti] esistono $f_x(0,0)$ e $f_y(0,0)$;
- (iii) [4 punti] la funzione f è differenziabile in $(0,0)$.

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (|y| - 1)(y + 1) \cos x \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$$

- (i) [3 punti] Studiare esistenza e unicità della soluzione al variare di x_0 e y_0 .
- (ii) [2 punti] Siano $x_0 = y_0 = 0$. Disegnare il grafico di y in un intorno di $(0, y(0))$.
- (iii) [5 punti] Siano $x_0 = y_0 = 0$. Determinare esplicitamente la soluzione.

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 17-6-2010 – A. A. 2009/10

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Sia $f(x) = \arctan(1 - e^x)$

- (i) [2 punti] Determinare l'ordine di infinitesimo di f nell'origine;
- (ii) [3 punti] determinare se la funzione $g(x) = \frac{x f(x)}{x - \sin x}$ è integrabile in $[0, 1]$;
- (iii) [5 punti] se esiste, calcolare l'integrale: $\int_0^{+\infty} f(x)e^{-x} dx$.