

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \int_{-1}^x \arctan \frac{1}{t} dt$$

- a) tracciare, motivando, il grafico di f ;
- b) dimostrare che la funzione é pari e scriverne un'espressione analitica esplicita;
- c) si tracci il grafico di

$$F(x) = \int_{-1}^{x^2-2|x|} \arctan \frac{1}{t} dt$$

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 2. Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$y'''(x) + 4y'(x) - 5y(x) = ke^x$$

a) Sia $k = 0$.

Determinare, se esistono, tutte le soluzioni infinitesime per $x \rightarrow 0$ di ordine maggiore di 1;

b) Sia $k = 1$.

Determinare, se esistono, tutte le soluzioni infinitesime per $x \rightarrow +\infty$;

c) Sia $k = 1$.

Determinare, se esistono, tutte le soluzioni limitate in $(-\infty; 0]$.

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 3. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + 2y^6}{y^4 - x^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ \alpha & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) determinare, se esistono, i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui esiste il gradiente in $(0, 0)$ e calcolarlo;
- b) Sia $\alpha = 0$. Determinare, se esistono, i punti di minimo e massimo globali di f in $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^4 \geq x^2 + 1; 0 \leq y \leq 2\}$;
- c) determinare, se esistono, i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui la funzione risulta continua in $(0, 0)$;
- d) Sia $\alpha = 0$. Calcolare $\iint_B xy \, dx dy$ essendo B l'insieme limitato definito dalla curva di livello 0 di f e dalla bisettrice del secondo e quarto quadrante.