Analisi Matematica 2B
appello 3 febbraio 2011

Cognome.....................................Nome........................

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 1 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(e^{\sqrt{x^2+y^2}} - 1)xy}{(|x|+|y|)^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

1) Determinare i punti in cui la funzione risulta differenziabile.

2) Determinare, se esistono, i punti di minimo e di massimo globali della funzione.

3) Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\iint_A f(x,y)(|x|+|y|)^2 \, dxdy$$

dove $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4;\ 0 \leq y \leq x\}$

Cognome.....................................Nome........................

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 2 Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_0^x \frac{e^{t^2} - 1}{\sqrt{1 - t^2} - 1} \, dt$$

1) Tracciare, motivando, il grafico della funzione.

2) Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0+} \frac{x f(x)}{\ln(1 + x^2)}$$

3) Tracciare, motivando, il grafico della primitiva F della funzione f tale che $F(0) = 2$.

Cognome....................................Nome.......................

GIUSTIFICARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA

Esercizio 3 Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$y'(x) = \frac{4x^2 - 2}{x(x^2 - 1)}\, y(x) + \frac{1}{\arctan(x-1)}$$

1) Studiare esistenza e unicitá della soluzione $y(x)$ tale che $y(x_0) = y_0$ al variare di x_0 e y_0 in $\mathbb{R}$, precisandone il dominio.

2) Sia $y(x)$ la soluzione tale che $y(2) = 0$. Stabilire se converge il seguente limite:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{y(x)}{x^4}$$

3) Sia $y(x)$ la soluzione tale che $y(2) = 0$. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \to 1+} y(x)$$

4) Sia $y(x)$ la soluzione tale che $y(2) = 0$. Calcolare, al variare di $k \in \mathbb{R}$ il seguente limite:

$$\lim_{x \to 2+} \frac{y(x)}{(x-2)^k}$$