

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Sia: $F(x) = \int_a^x \frac{\sin t - |t|}{t^2 \sqrt{|t+1|}} dt.$

- (i) [4 pt.] Determinare il dominio D della funzione integranda e calcolarne i limiti agli estremi di D , specificando in ciascun caso l'ordine di infinito o di infinitesimo.
- (ii) [4 pt.] Determinare il dominio I della funzione F al variare di $a \in \mathbb{R}$;
- (iii) [3 pt.] Disegnare il grafico di F per $a = -1$.

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione: $f(x, y) = \frac{x^2y}{2x^2 + xy + 2y^2}$.

- (i) [4 pt.] Determinare il dominio della funzione e stabilire in quali punti non appartenenti al dominio la funzione può essere prolungata per continuità.
- (ii) [3 pt.] In quali punti la funzione così prolungata risulta differenziabile?
- (iii) [3 pt.] Determinare, se esistono, i punti di minimo e di massimo della funzione in:

$$A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x \leq 2, \quad 1 \leq y \leq x\}.$$

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Si consideri il problema

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x^2}{1 + \cos y(x)} \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

- (i) [2 pt.] Studiare l'esistenza e l'unicità della soluzione al variare di x_0 e y_0 .
- (ii) [2 pt.] Siano $x_0 = y_0 = 0$. Dimostrare che la soluzione è invertibile e scrivere l'espressione esplicita dell'inversa.
- (iii) [4 pt.] Siano $x_0 = y_0 = 0$. Determinare, se esiste, il polinomio di Taylor di terzo grado della soluzione $y = y(x)$.
- (iv) [2 pt.] Siano $x_0 = y_0 = 0$. Provare che la soluzione è limitata.