

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Sia:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{xy} - e^{-xy}}{x^2 + y^2} & y \leq x^2, (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \\ \frac{2 \log(1 + x^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}} & y > x^2 > 0. \end{cases}$$

- (a) [5 pt.] Stabilire se f è continua in $(0, 0)$, in $(0, 1)$, in $(1, 0)$ e in $(1, 1)$.
(b) [2 pt.] Stabilire se f è differenziabile in $(0, 0)$, in $(0, 1)$, in $(1, 0)$ e in $(1, 1)$.
(c) [3 pt.] Calcolare, se esiste, la derivata direzionale di f in $(0, 0)$ rispetto al vettore $v = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$.

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{e^{\arctan x}}{(x^2 + 1)y(x)} \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

- (a) [3 pt.] Studiare al variare del parametro reale y_0 esistenza ed unicità della soluzione.
- (b) [1 pt.] Sia $y_0 = 1/2$. Stabilire il segno della soluzione.
- (c) [3 pt.] Sia $y_0 = 1/2$. Tracciare in un intorno di $x_0 = 0$ il grafico della soluzione.
- (d) [3 pt.] Sia $y_0 = 1/2$. Determinare la soluzione e il suo dominio.

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Sia

$$f(x) = \begin{cases} \int_{1/x}^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{|\log |t||}}{t^2 + t + a} dt & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

- (a) [3 pt.] Sia $a = 1$. La funzione f ha primitive in $[-1, 1]$?
- (b) [4 pt.] Sia $a = 2$. Determinare il dominio di f e studiare la monotonia di f .
- (b) [3 pt.] Sia $a = 2$. Studiare i limiti agli estremi del dominio e disegnare il grafico di f .