Analisi matematica 2B

3 giugno 2011

COGNOME ________________________ NOME ______________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{e^{x-y(x)}}{y(x)+1} \\ \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

a) Tracciare il grafico locale della soluzione.
b) Scrivere un'espressione eplicita per la funzione inversa della soluzione, se esiste.
c) Stabilire se l'eventuale soluzione si annulla in un punto $x_0 \neq 0$.

Analisi matematica 2B

3 giugno 2011

COGNOME ________________________ NOME _____________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{x^2+y^2}-1}{|x|+|y|} & (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) La funzione é differenziabile in $(0,0)$?

b) In quali punti del dominio la funzione é derivabile?

c) La funzione é limitata in $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$?

d) Determinare, se esistono, i punti di minimo e massimo globale della funzione in: $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :$

$1 \leq x \leq 2\ ;\ 1 \leq y \leq 2\}$.

Analisi matematica 2B
3 giugno 2011

COGNOME ________________________ NOME ____________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{k + \ln(|\arctan t|)}{t - \cos^2 t} \, dt$$

1) Determinare il dominio della funzione al variare del parametro reale k.

2) Sia $k = \ln \frac{2}{\pi}$. Determinare l'insieme di derivabilitá.

3) Sia $k = \ln \frac{2}{\pi}$. Tracciare il grafico della funzione.

4) Sia $k = \ln \frac{2}{\pi}$. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x^2}$$