Analisi matematica II – Ingegneria edile e v.o.

Esame scritto – 8 febbraio 2012

COGNOME ____________________ NOME ____________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Dato il campo vettoriale

$$F(x,y) = \left(2x\ln(x-y) + \frac{x^2}{x-y}\ ,\ \frac{-x^2}{x-y} + \cos y - y\sin y\right)$$

a) Disegnare l'insieme di definizione I di F e specificare se I è semplicemente connesso.

b) Verificare se F risulta conservativo in I e, se esiste, trovare un potenziale di F.

c) Se esistono, calcolare $\int_{\gamma_1} F$ e $\int_{\gamma_2} F$ dove γ_1 è la curva con parametrizzazione $r(t) = (2\cos t, 2\sin t)$ con $t \in [0, 2\pi]$ e γ_2 è la curva con parametrizzazione $r(t) = (t, -1 + t^2/2)$ con $t \in [0, 1]$

Analisi matematica II – Ingegneria edile e v.o.
Esame scritto – 8 febbraio 2012

COGNOME ______________________ NOME ___________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri la seguente superficie S:

$$z = \begin{cases} \sqrt{x^2+y^2} - x^2 - y^2 & \text{se} \quad x^2+y^2 \leq 1/4 \\ \\ \dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{2} & \text{se} \quad 1 < 4(x^2+y^2) \leq 16 \end{cases}$$

1) Stabilire se la superficie é regolare.

2) Calcolare l'area della superficie.

3) Calcolare il seguente integrale superficiale:

$$\int_A x \, dS$$

essendo

$$A = \{(x,y,z) \in R^3 : (x,y,z) \in S;\ 0 \leq x;\ 1 - x^2 - y^2 \leq 0\}$$

Analisi matematica II – Ingegneria edile e v.o.

Esame scritto – 8 febbraio 2012

COGNOME ________________________ NOME ____________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Dato il sistema differenziale

$$\begin{cases} y_1'(x) = 2y_1(x) + 2y_2(x) + 5\sin x \\ y_2'(x) = y_1(x) + y_2(x) - e^{3x} \end{cases}$$

a) determinare, se esistono, due soluzioni linearmente indipendenti del sistema omogeneo associato;

b) determinare una soluzione particolare del sistema completo.