ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 9-7-2013

Chimica Elettrica Meccanica

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Per ogni $\alpha \in [0, 1]$ sia $f_\alpha(x) = \sin x - \log(1 + \alpha \sin x)$.

a) [p.ti 5] Determinare, al variare di $\alpha \in [0, 1]$, il primo termine non nullo dello sviluppo di McLaurin di f_α .

b) [p.ti 5] Studiare, al variare di $\alpha \in [0, 1]$, la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f_\alpha(1/n)}{\log(n)}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 9-7-2013

Chimica Elettrica Meccanica

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Sia $g(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x}} - \frac{\sqrt{1+x}}{x}$.

- a) [p.ti 3] Stabilire il dominio I di g e calcolare i limiti di g agli estremi di I .
- b) [p.ti 4] Studiare la monotonia di g e determinare, se esistono, gli estremi relativi e/o assoluti di g .
- c) [p.ti 3] Mostrare che g è invertibile in un intorno del punto $x_0 = 1$ e scrivere lequazione della retta tangente al grafico della funzione inversa g^{-1} nel punto $(g(1), 1)$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 9-7-2013

Chimica Elettrica Meccanica

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x(4 + y^2(x))}{\sqrt{1 + x}} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

- a) Discutere esistenza ed unicità della soluzione e se ne tracci il grafico in un intorno del punto iniziale.
- b) Scrivere un'espressione analitica esplicita della soluzione specificando se risulta essere definita in $(-1, +\infty)$.
- c) Calcolare se esiste il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{y(x)}{x^2}$$