

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 13-9-2013

☐ Chimica

☐ Elettrica

☐ Meccanica

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = a(x)y(x) + x + 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

1) [3 punti] Sia $a(x)$ una funzione derivabile in tutto l'asse reale e tale che $a(0) = 2$. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{y(x) - x}{1 - \cos x}$$

2) [3 punti] Sia $a(x) = x$. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$$

3) [4 punti] Sia $a(x) = 1/(x + 2)$. Trovare l'espressione esplicita della soluzione specificandone il dominio.

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 13-9-2013

☐ **Chimica**

☐ **Elettrica**

☐ **Meccanica**

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Sia $g(x) = \log \left(\log \left(x - \frac{1}{x} \right) \right)$.

- a) [p.ti 2] Stabilire il dominio I di g e calcolare i limiti di g agli estremi di I .
- b) [p.ti 3] Studiare la monotonia di g e determinare, se esistono, gli estremi relativi e/o assoluti di g .
- c) [p.ti 3] Mostrare che g è invertibile per $x > 2$ e calcolare l'espressione esplicita della funzione inversa.
- c) [p.ti 2] Trovare l'espressione della retta tangente al grafico di g nel punto $(4, g(4))$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 13-9-2013

☐ Chimica

☐ Elettrica

☐ Meccanica

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3.

a) [p.ti 5] Determinare, al variare di $\alpha \in [\frac{1}{2}, 1]$, il primo termine non nullo dello sviluppo di McLaurin della funzione

$$g_{\alpha}(x) = \cos x - 1 + \alpha \log(1 + x^2).$$

b) [p.ti 5] Studiare, al variare di $\alpha \in [\frac{1}{2}, 1]$, la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\log(3 + e^n) \cdot g_{\alpha} \left(\frac{1}{n} \right) \right].$$