

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la successione:

$$a_n = (-1)^n \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}$$

a) Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$$

b) Sia $A = \{a_n : n \in \mathbb{N} ; n \geq 1\}$. Determinare, se esistono: $\inf A$; $\sup A$; $\min A$; $\max A$.

ANALISI MATEMATICA 1 BIOMEDICI - prova scritta giugno 2015

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.**Esercizio 2.** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{x}{|e^x - 1| - 1}$$

- a) Determinare il dominio della funzione e calcolare i limiti agli estremi del dominio.
- b) Studiare la derivabilità della funzione.
- c) Trovare, se esiste, un intervallo contenente $x_0 = 0$ in cui la funzione risulta invertibile.

ANALISI MATEMATICA 1 BIOMEDICI - prova scritta giugno 2015

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3 È data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\log(1+x^2y^2)}{(x^2+y^2)^\alpha} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

dove α è un numero reale non negativo.

- (a) Per quali valori di α è continua del suo insieme di definizione D ?
- (b) Per quali valori di α è differenziabile in D ?

ANALISI MATEMATICA 1 BIOMEDICI - prova scritta giugno 2015

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 4.

a) Determinare le soluzioni dell' equazione differenziale

$$(1) \quad y' = (y - 1)^2 \frac{2 \sin t \cos t}{1 + \sin^2 t};$$

b) determinare le soluzioni dell' equazione differenziale

$$(2) \quad y'' + 4y = 0;$$

c) determinare la funzione continua e derivabile che

- verifica la condizione $y(\pi) = 1$,
- soddisfa l' equazione (1) per $x \geq 0$,
- soddisfa l' equazione (2) per $x < 0$.