ANALISI MATEMATICA 2B - Prova scritta del 15-04-2014

COGNOME E NOME...

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri il problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = (x+1)\sqrt{2 - y^2(x)} \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}.$$

a) Studiare al variare di x_0 e $y_0 \in \mathbb{R}$ l'esistenza e l'unicitá della soluzione.

b) Siano $x_0 = 0$ e $y_0 = 0$. Determinbare, se esiste, esplicitamente la soluzione determinandone il dominio.

c) Siano $x_0 = 0$ e $y_0 = 0$. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0+} \frac{(y(x) - \sqrt{2}x)^2}{x \sin x(1 - \cos(2x))}$$

ANALISI MATEMATICA 2 - Prova scritta del 15-04-2014

COGNOME E NOME...

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. si consideri la funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x \sin y}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } x^2+y^2 \neq 0 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

a) Studiare la continuità e la derivabilità della funzione in $(0,0)$.

b) Studiare la differenziabilià della funzione in $(0,0)$.

c) Stabilire se la funzione è limitata nel suo dominio e tracciare le curve di livello 0 e 1.

ANALISI MATEMATICA 2B - Prova scritta del 15-04-2014

COGNOME E NOME..

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Si consideri la funzione:

$$f(x) = \int_k^x \frac{\ln(1+|t|) - t}{\ln(e^{t^2} - t) + t} \, dt$$

essendo $k \in \mathbb{R}$

a) Determinare il dominio di f al variare di $k \in \mathbb{R}$.

b) Sia $k = 1$. Determinare l'insieme di derivabilità e provare che la funzione è crescente nel suo dominio.

c) Sia $k = 1$. Calcolare i limiti agli estremi del dominio e disegnare il grafico della funzione.

d) Sia $k = 1$. Studiare la convergenza del seguente integrale:

$$\int_1^2 \frac{1}{f(x)} \, dx$$