

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la funzione:

$$f(x, y) = x + y^2 + x|y|$$

- a) [pt.4] Studiare la differenziabilità della funzione.
- b) [pt.3] Determinare, se esistono, gli estremi globali e locali della funzione.
- d) [pt.3] Trovare, se esistono, i punti di minimo e di massimo della funzione nell'insieme:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \max\{|x - 1|, |y|\} \leq 1\}$$

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x)(y(x) + 1) = x + |x| \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

- a) [pt.4] Studiare l'esistenza e unicità della soluzione al variare di x_0 e y_0 in $\mathbb{R}$.
- b) [pt.3] Siano $x_0 = 0$ e $y_0 = -2$. Determinare tutte le soluzioni del problema.
- c) [pt.3] Siano $x_0 = y_0 = 0$. Determinare, se esiste, il polinomio di Mac Laurin di y di secondo grado.

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Sia $f(x) = \sqrt[4]{x} \log x$.

- (i) [pt.2] Stabilire se esiste in senso improprio l'integrale $\int_0^{1/2} \frac{1}{f(x)} dx$.
- (ii) [pt.2] Stabilire se esiste in senso improprio l'integrale $\int_{1/2}^1 \frac{1}{f(x)} dx$.
- (iii) [pt.2] Stabilire se esiste in senso improprio l'integrale $\int_2^{+\infty} \frac{1}{(f(x))^5} dx$.
- (iv) [pt.4] Calcolare la primitiva di f che si annulla nel punto $x_0 = 1$.