

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 17-6-2011 – A. A. 2010/11

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{\arctan\left(\frac{x^2}{1-x}\right)}$$

- (i) [2 pt.] Determinare il dominio di f e i limiti agli estremi del dominio.
- (ii) [3 pt.] Determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali estremi, relativi e/o assoluti, di f .
- (iii) [1 pt.] Tracciare il grafico di f .
- (iv) [4 pt.] Trovare il più grande intervallo I contenente il punto $x = \pi$ su cui f è invertibile e, in tale intervallo, determinare l'espressione esplicita della funzione inversa, precisandone il dominio.

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 17-6-2011 – A. A. 2010/11

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri l'equazione differenziale: $y''(x) + 2y'(x) - 15y(x) = f(x)$.

a) [3 p.ti]. Sia $f(x) = e^x + e^{3x}$. Determinare tutte le soluzioni.

b) [3 p.ti]. Sia $f(x) = 0$. Stabilire se l'insieme delle soluzioni infinitesime per $x \rightarrow -\infty$ è uno spazio vettoriale e in tal caso se ne indichi una base.

c) [4 p.ti]. Sia $f(x) = \int_0^x \frac{1 - \cos t}{t^2} dt$.

Tracciare, in un intorno di $x_0 = 0$, il grafico della soluzione $y(x)$ tale che $y(0) = y'(0) = 1$ specificando se la stessa sia derivabile tre volte in $x_0 = 0$.

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y - \log|x|}{e^y - x} & (x, y) \neq (1, 0) \\ 1 & (x, y) = (1, 0) \end{cases}$$

(i) [4 pt.] Determinare, se esistono, gli estremi assoluti di f in

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \log|x|, -e^2 \leq x \leq -1\}.$$

(ii) [3 pt.] Calcolare, se esiste, $\frac{\partial f}{\partial Q}(1, 0)$, al variare del versore Q .

(iii) [3 pt.] Stabilire se f è differenziabile in $P_0 = (1, 0)$.