

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta dell'8-2-2011 – A. A. 2009/10

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 1.** Sia:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\tan x(xy^2 - \sin(xy^2))}{(|x| + |y|)^\alpha} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (i) [5 pt.] Stabilire per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , se ve ne sono,  $f$  è continua in  $(0, 0)$ ;  
(ii) [5 pt.] stabilire per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , se ve ne sono,  $f$  è differenziabile in  $(0, 0)$ .

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta dell'8-2-2011 – A. A. 2009/10

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 2.** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{2x - \sqrt{4x^2 - 1}}{|x| - x + 3}$$

- (i) [4 pt.] Tracciare il grafico della funzione studiando in particolare: limiti agli estremi del dominio, insieme dei punti di continuità e di derivabilità .
- (ii) [3 pt.] Dopo aver stabilito se la funzione sia invertibile in tutto il suo dominio, calcolare, se esiste, la derivata della funzione inversa in  $(2 - \sqrt{3})/3$ .
- (iii) [3 pt.] Studiare al variare del parametro reale  $k$  il carattere della serie numerica:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (f(n))^k$$

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta dell'8-2-2011 – A. A. 2009/10

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 3.** Si consideri il problema

$$\begin{cases} y' = (|y| + 2)(|\sin x| - |x|) \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$$

- (i) [3 pt.] Discutere l'esistenza e l'unicità della soluzione al variare di  $x_0$  e  $y_0$ .
- (ii) [3 pt.] Siano  $x_0 = y_0 = 0$ . Disegnare il grafico di  $y$  in un intorno di  $(0, 0)$ .
- (iii) [4pt.] Siano  $x_0 = y_0 = 0$ . Determinare la soluzione del problema.