

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 12-2-2013

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 1.** Sia  $n$  un intero positivo e sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^n e^x}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- a) [p.ti 3] Stabilire per quali valori di  $n$ , se ve ne sono,  $f$  è continua nell'origine.
- b) [p.ti 3] Stabilire per quali valori di  $n$ , se ve ne sono,  $f$  è differenziabile nell'origine.
- c) [p.ti 4] Si fissi  $n = 3$  e si stabilisca in quali direzioni  $f$  ha derivata direzionale massima e in quali direzioni ha derivata direzionale minima.

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 12-2-2013

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 2.** Si consideri la funzione  $f(x) = \sqrt{e^x - 1 - x}$ .

1) [p.ti 5] Tracciare il grafico della funzione dopo averne studiato il dominio, i limiti agli estremi, l'insieme dei punti di continuità e di derivabilità.

2) [p.ti 3] Dimostrare l'invertibilità della funzione in un opportuno intorno di  $x_0 = -1$  e, detta  $g$  la funzione inversa di detta restrizione di  $f$ , calcolare, se esiste,  $(g)'(1/\sqrt{e})$ .

3) [p.ti 2] Stabilire se sia possibile applicare il Teorema di Lagrange alla funzione  $f$  ristretta all'intervallo  $[-1, 1]$ .

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 12-2-2013

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 3.** Si consideri il problema

$$\begin{cases} y'(1-y)\sqrt{y(2-y)} = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

[3 p.ti] Studiare esistenza e unicità della soluzione al variare di  $y_0 \in \mathbb{R}$  e  $x_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

[2 p.ti] Per quali  $y_0 \in \mathbb{R}$  e  $x_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  la soluzione è limitata? Per tali valori di  $x_0$  e  $y_0$  determinare un maggiorante e un minorante della soluzione.

[5 p.ti] Siano  $x_0 = 0$  e  $y_0 = 1/2$ . Determinare le eventuali soluzioni precisandone il dominio.