

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 12-2-2013

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Sia n un intero positivo e sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^n e^x}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- a) [p.ti 3] Stabilire per quali valori di n , se ve ne sono, f è continua nell'origine.
- b) [p.ti 3] Stabilire per quali valori di n , se ve ne sono, f è differenziabile nell'origine.
- c) [p.ti 4] Si fissi $n = 3$ e si stabilisca in quali direzioni f ha derivata direzionale massima e in quali direzioni ha derivata direzionale minima.

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 12-2-2013

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt{e^x - 1 - x}$.

1) [p.ti 5] Tracciare il grafico della funzione dopo averne studiato il dominio, i limiti agli estremi, l'insieme dei punti di continuità e di derivabilità.

2) [p.ti 3] Dimostrare l'invertibilità della funzione in un opportuno intorno di $x_0 = -1$ e, detta g la funzione inversa di detta restrizione di f , calcolare, se esiste, $(g)'(1/\sqrt{e})$.

3) [p.ti 2] Stabilire se sia possibile applicare il Teorema di Lagrange alla funzione f ristretta all'intervallo $[-1, 1]$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 12-2-2013

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Si consideri il problema

$$\begin{cases} y'(1-y)\sqrt{y(2-y)} = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

[3 p.ti] Studiare esistenza e unicità della soluzione al variare di $y_0 \in \mathbb{R}$ e $x_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

[2 p.ti] Per quali $y_0 \in \mathbb{R}$ e $x_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ la soluzione è limitata? Per tali valori di x_0 e y_0 determinare un maggiorante e un minorante della soluzione.

[5 p.ti] Siano $x_0 = 0$ e $y_0 = 1/2$. Determinare le eventuali soluzioni precisandone il dominio.