

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 12-9-2011 – A. A. 2010/11

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la funzione

$$f(x) = \left[\log \left(\frac{x^2}{x+1} \right) \right]^2$$

- (a) [2 pt.] Determinare il dominio di f e i limiti agli estremi del dominio.
- (b) [3 pt.] Determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali estremi relativi di f .
- (c) [2 pt.] Tracciare il grafico di f .
- (d) [3 pt.] Trovare il più grande intervallo aperto contenente $x_0 = 2$ su cui f è invertibile e calcolare l'espressione esplicita della funzione inversa, specificandone il dominio.

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = |y(x) + \sin x| \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

- a) [4 pt.] Supponendo che esista la soluzione, calcolare, se esiste, $y''(0)$.
- b) [3 pt.] Determinare esplicitamente la soluzione in $(-\pi, \pi)$.
- c) [3 pt.] Studiare la convergenza di $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{y^2(x)}} dx$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 12-9-2011 – A. A. 2010/11

Chimica Elettrica Meccanica Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Si consideri la funzione:

$$f(x, y) = \frac{x + 2y}{x^2 + |y|y}.$$

a) [3 pt.] Tracciare il dominio di f e stabilire se la funzione può essere prolungata per continuità nel punto $(0, 0)$.

b) [3 pt.] Tracciare la curva di livello della funzione passante per il punto $(1, 0)$.

c) [4 pt.] Calcolare, se esistono, gli estremi globali della funzione in

$$A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1; 2y - 1 \geq 0; x \geq 0\}.$$