

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 15-6-2012

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 1.** Sia:  $f(x) = 4(\log^3 x - 6 \log^2 x + 11 \log x - 6)$ .

- (a) [3 pt.] Si studi la monotonia di  $f$  nel suo dominio di definizione  $D$ .
- (b) [2 pt.] Si tracci un grafico qualitativo di  $f$ .
- (c) [2 pt.] Si determini il polinomio di Taylor di secondo grado di  $f$  nel punto  $x_0 = e$ .
- (d) [3 pt.] Si determinino tutte le primitive di  $f$  in  $D$ .

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 15-6-2012

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 2.** Si consideri l'equazione differenziale:

$$y'''(x) + ky''(x) + y'(x) + 2y(x) = f(x)$$

(a) [2 p.ti] Sia  $f(x) = 0$ . Per quali valori del parametro reale  $k$  la funzione  $y(x) = e^{2x}$  é una soluzione?

(b) [4 p.ti] Sia  $k = 0$  e sia  $f(x) = e^{-x}$ . Trovare tutte le soluzioni limitate in  $(-\infty, 0]$ .

(c) [4 p.ti] Sia  $k = -4$  e sia  $f(x) = 0$ . Dimostrare che l'insieme delle soluzioni infinitesime per  $x \rightarrow -\infty$  costituisce uno spazio vettoriale e trovare gli elementi di una base.

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 15-6-2012

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 3.** Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} (\log^3(|x|) - y^3)^\alpha & \log(|x|) > y \\ 0 & \log(|x|) \leq y, \end{cases}$$

dove  $\alpha$  è un parametro positivo.

- (a) [4 p.ti] Determinare per quali valori di  $\alpha$ , se ve ne sono,  $f$  è differenziabile in  $(1, 0)$ .
- (b) [3 p.ti] Siano  $\alpha = 1/3$  e  $v = (1, -1)$ . Determinare la derivata direzionale di  $f$  in  $(1, 0)$  rispetto alla direzione individuata da  $v$ .
- (c) [3.pti] Sia  $\alpha = 1/2$ . Determinare gli estremi assoluti di  $f$  in  $A = [2, 3] \times [-1, 1]$ , se esistono.