

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 17-6-2011 – A. A. 2010/11

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 1.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \log(e^x + x) - \log(e^x - ex)$$

- (i) [2 pt.] Determinare il dominio di  $f$  e i limiti agli estremi del dominio.
- (ii) [4 pt.] Determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali estremi relativi di  $f$ .
- (iii) [2 pt.] Tracciare il grafico di  $f$ .
- (iv) [2 pt.] Trovare il più grande intervallo aperto  $I$  contenente l'origine su cui  $f$  è invertibile e, detta  $g$  l'inversa di  $f|_I$ , scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di  $g$  in  $(f(0), 0)$ .

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 17-6-2011 – A. A. 2010/11

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 2.** Siano

$$f(x, y) = (3x^2 - y^2) \ln(\sqrt{x^2 + y^2} - 2x), \quad g(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in \text{Dom } f \\ a & (x, y) \notin \text{Dom } f, \end{cases}$$

essendo  $a$  un parametro reale.

- (i) [2 pt.] Determinare e disegnare il dominio di  $f$ .
- (ii) [2 pt.] Determinare, se esistono, i valori di  $a$  per i quali  $g$  e' continua in  $(0, 0)$ .
- (iii) [3 pt.] Determinare, se esistono, i valori di  $a$  per i quali  $g$  e' differenziabile in  $(0, 0)$ .
- (iv) [3 pt.] Sia  $a = 0$ .  $g$  e' differenziabile nel punto  $(1, \sqrt{3})$  ?

ANALISI MATEMATICA 1 - Prova scritta del 17-6-2011 – A. A. 2010/11

Chimica       Elettrica       Meccanica       Navale

COGNOME E NOME.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

**Esercizio 3.** Si consideri la serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{-kn}}{n^2 + 1}$ .

- (i) [3 pt.] Per quali  $k \in \mathbb{R}$  la serie converge?
- (ii) [2 pt.] Sia  $k = 1$ . Quanti termini della serie, se converge, occorre sommare per approssimare la somma a meno di  $10^{-3}$ ?
- (iii) [3 pt.] Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_0^x \frac{e^{-kt}}{t^2 + 1} dt$$

Per quali  $k \in \mathbb{R}$  la funzione é limitata?

- (iv) [2 pt.] Sia  $k = 1$ . Tracciare il grafico della funzione inversa di  $f$ .