Analisi matematica 2 -a.a.2012-13

Luglio 2013

COGNOME ________________________ NOME ____________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la funzione:

$$f(x) = \int_{x}^{x-1} \frac{1}{(t+1)\sqrt[3]{1-t}}\, dt$$

a) Determinare il dominio di f.

b) Determinare l'insieme di derivabilitá di f.

c) Determinare un intervallo I tale che la restrizione di f in tale intervallo risulti invertibile.

Analisi matematica 2 -a.a.2012-13

Luglio 2013

COGNOME ________________________ NOME ____________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{x(4+y^2(x))}{\sqrt{1+x}} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

a) Discutere esistenza ed unicitá della soluzione e se ne tracci il grafico in un intorno del punto iniziale.

b) Scrivere un'espressione analitica esplicita della soluzione specificando se risulta essere definita in $(-1, +\infty)$.

c) Calcolare se esiste il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0+} \frac{y(x)}{x^2}$$

Analisi matematica 2 -a.a.2012-13

Luglio 2013

COGNOME ________________________ NOME ______________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x+y-\ln(y+e^x)}{\sqrt{x^2+y^2}} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Stabilire se la funzione é continua in $(0,0)$.

b) Calcolare, se esiste, $\dfrac{\partial f}{\partial Q}(0,0)$ al variare del versore Q.

c) Sia $g(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}\, f(x,y)$. determinare, se esistono, gli estremi assoluti di g in $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1-e^x \leq y \leq 1-x\ ;\ y \leq 1/2\ ;\ x \leq 2\}$