Analisi matematica 1 e 2B
Esame scritto – 9 novembre 2012

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = \sqrt{1 - y^2(x)}(x + 2) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

- a) Discutere esistenza ed unicit' della soluzione al variare di y_0 ;
- b) Sia $y_0 = 0$. Tracciare il grafico locale soluzione;
- c) Sia $y_0 = 0$. Determinare esplicitamente la soluzione specificandone il dominio.

Analisi matematica 1 e 2B
Esame scritto – 9 novembre 2012

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x, y) := \frac{(e^x - 1) \log(1 + y)}{\log(1 + |x| + |y|)}$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) stabilire se essa è prolungabile per continuità in $(0, 0)$;
- c) in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata è differenziabile in $(0, 0)$.

Analisi matematica 1 e 2B
Esame scritto – 9 novembre 2012

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 3. Si consideri la funzione:

$$f(x) = \int_k^x \frac{(1 + \frac{1}{t})^t - 2}{\ln(4t^2 - 3|t|)} dt$$

- determinare il dominio di f al variare del parametro reale k ;
- Sia $k = 3$. Determinare i limiti agli estremi del dominio e l'insieme di derivabilità della funzione;
- Sia $k = 3$. Tracciare il grafico della funzione studiandone la monotonia;
- Sia $k = 3$. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - \ln x$$