

Analisi matematica 2B
Esame scritto – 13 aprile 2012

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_0^x \frac{e^{2t} - 1}{t^2 + 2t} g_k(t) dt$$

essendo

$$g_k(t) = \begin{cases} 1 & t \leq k \\ 0 & t > k \end{cases}$$

- 1) Determinare il dominio di f al variare del parametro reale k .
- 2) Sia $k = 1$. Tracciare motivando il grafico di f .
- 3) Sia $k = 1$. Tracciare motivando il grafico di

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt$$

- 4) Sia $k = 1$. Stabilire se la funzione f é invertibile in un intorno di $x_0 = 0$ e in tal caso calcolare, se esiste:

$$(f^{-1})'(0)$$

Analisi matematica 2B
Esame scritto – 13 aprile 2012

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 2. Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$y''(x) - 4y'(x) + 4y(x) = f(x)$$

1) Sia $f(x) = 0$. Trovare tutte le soluzioni tali che:

$$\int_{-\infty}^0 y(x) dx = y(0)$$

stabilire se costituiscono uno spazio vettoriale e, in tal caso, scriverne una base.

2) Trovare tutte le soluzioni, se esistono, nel caso $f(x) = |x|$.

Analisi matematica 2B
Esame scritto – 13 aprile 2012

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 3. Si consideri la funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x^2 + y^2 - 2)^2}{x + y + 2} & (x + 1)(y + 1) > 0 \\ 0 & (x + 1)(y + 1) \leq 0 \end{cases}$$

- 1) f é continua in $(-1, -1)$?
- 2) f é differenziabile in $(-1, -1)$?
- 3) Determinare, se esistono, gli estremi assoluti di f in

$$A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 2 \leq x + y \leq 3; -\frac{1}{2} \leq y \leq 0\}$$

- 4) Determinare, se esistono, un minorante e un maggiorante di:

$$\iint_A f(x, y) \, dx dy$$