

Analisi matematica 2
Esame scritto – 19 aprile 2011

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = x y(x) + x^2 + 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

- a) Tracciare il grafico della soluzione, se esiste, in un intorno di $x_0 = 0$.
b) Calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{y(x) - x}{(e^x - 1)^\alpha}$$

- c) Dimostrare che la soluzione é una funzione dispari.

Analisi matematica 2
Esame scritto – 19 aprile 2011

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{y e^x - x e^y}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) La funzione é differenziabile in tutto il suo dominio?
- b) Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq x^2\}$. La funzione é limitata in tutto il suo dominio? La funzione é limitata in A ?
- c) Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\iint_A \sqrt{x^2 + y^2} f(x, y) \, dx dy$$

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_{x^2-x}^{+\infty} \frac{\sqrt{4t+1}}{t(t-2)} dt$$

- a) Determinare il dominio di f .
- b) Studiare i limiti agli estremi del dominio e disegnare il grafico della funzione.
- c) Determinare $n \in \mathbf{N}$ tale che: $f(n) - f(n+1) < 10^{-1}$
- d) Studiare la convergenza del seguente integrale:

$$\int_2^3 f(x) dx$$