

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Sia T il solido individuato dalle disuguaglianze:

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, \quad x \leq |y|, \quad 0 \leq z \leq 1.$$

Supposto T omogeneo, calcolare il volume di T e la coordinata x_G del suo baricentro.

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{xy^2} - 1}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- 1) Studiare continuità e differenziabilità della funzione.
- 2) Calcolare, se esiste, la derivata direzionale della funzione in $(0, 0)$ lungo direzione e verso del vettore $v = (3, 4)$.
- 3) Approssimare, se esiste, il seguente integrale a meno di $\frac{1}{1000}$:

$$\iint_A y(x^2 + y^2) f(x, y) \, dx dy$$

essendo $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x \leq \frac{1}{10}; 0 \leq y \leq x\}$

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 3. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = 3x^2 + y^2 + 2xy$$

- 1) Stabilire se la funzione é limitata nel suo dominio.
- 2) Determinare, se esistono i punti di minimo, massimo locali e globali.
- 3) Determinare, se esistono, i punti di minimo e massimo della funzione nell'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 3x^2 + y^2 = 1\}$.