

Esercizio 1. Sia T la figura, nel piano (x, z) , limitata dalle disuguaglianze

$$x^2 + (z - 1)^2 - 1 \geq 0, \quad x + z - 2 \leq 0, \quad z \geq 0, \quad x \geq 0$$

- 1) Calcolare le coordinate del baricentro del solido D (supposto omogeneo) ottenuto dalla completa rotazione di T attorno all'asse z .
- 2) Calcolare l'integrale triplo della divergenza del campo vettoriale $F(x, y, z) := (y, 2y, 3z)$ esteso al solido D .

Esercizio 2. Dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}} + 4xe^{x^2}, \frac{ay}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}} + \frac{2y}{1 + y^2} \right)$$

- 1) Determinare i valori del parametro reale a in modo che F risulti conservativo nel suo insieme di definizione I .
- 2) Se esiste, al variare di $a \in \mathbb{R}$, trovare un potenziale di F in I .
- 3) Calcolare, se esiste, $\int_C F$, dove C è la curva di rappresentazione parametrica $r(t) = (2 \cos t, 3 \sin t)$, con $t \in [\pi, 3\pi/2]$.

Esercizio 3. Data l'equazione differenziale

$$x^2 y''(x) + 4xy'(x) + 2y(x) = x^2$$

trovarne tutte le soluzioni tali che $y(1) = 0$.