

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Sia T il solido descritto dalle disuguaglianze

$$x^2 + 2x + y^2 \leq 0 \leq z \leq 3 + |y|$$

Si calcoli il volume di T .

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 1. Si consideri il seguente sistema differenziale:

$$\begin{cases} y_1'(x) = y_1(x) - y_2(x) \\ y_2'(x) = y_1(x) + 3y_2(x) \end{cases}$$

- 1) Determinare due soluzioni linearmente indipendenti del sistema.
- 2) Determinare, se esistono, tutte le soluzioni limitate in \mathbb{R} .
- 3) Sia V l'insieme delle soluzioni del sistema tali che:

$$\int_{-\infty}^0 y_1(x) dx = \int_{-\infty}^0 y_2(x) dx$$

Dimostrare che V è uno spazio vettoriale e scriverne una base.

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 3. Dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + 2y^2}} + \cos x e^{\sin x}, \frac{2y}{\sqrt{x^2 + 2y^2}} + \frac{y^3}{1 + y^4} \right)$$

- 1) Trovare l'insieme di definizione I di F e specificare se è semplicemente connesso.
- 2) Verificare se F è conservativo in I e, se esiste, trovare un potenziale di F in I .
- 3) Data la curva di rappresentazione parametrica $r(t) = (t \cos t, t \sin t)$, con $t \in [0, \pi]$, verificare se C è una curva regolare e, se esiste, calcolare $\int_C F$