

Analisi matematica II – Ingegneria edile-architettura e v. o.
Esame scritto per studenti senza obbligo di frequenza– 15 aprile 2014

COGNOME _____ NOME _____

numero di matricola

--	--	--	--	--	--	--

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x, y) := |y|(x^2 - 1) + \frac{\log(1 + x + y) \arctan(x - y)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

- determinarne l'insieme di definizione (e disegnarlo);
- stabilire se la funzione è prolungabile per continuità in $(0, 0)$;
- in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata ammette le derivate parziali in $(0, 0)$;
- in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata è differenziabile in $(0, 0)$.

COGNOME _____ NOME _____

numero di matricola

--	--	--	--	--	--	--

Esercizio 2. È dato il seguente campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{ax + b}{1 - x^2 + y^2}, \frac{py + q}{1 - x^2 + y^2} \right)$$

1. Determinare e disegnare il dominio I del campo e stabilire se è semplicemente connesso.
2. Determinare (se ne esistono) i valori dei parametri $a, b, p, q \in \mathbb{R}$ per cui F è conservativo nel suo dominio.
3. Se C è la circonferenza di centro $(0, 0)$ e raggio $r > 0$, "orientata in senso orario", posti $a = 1 = p$ e $b = 0 = q$, calcolare, se esiste, $\int_C F$.

Analisi matematica II – Ingegneria edile-architettura e v. o.
Esame scritto per studenti senza obbligo di frequenza– 15 aprile 2014

COGNOME _____ NOME _____

numero di matricola

--	--	--	--	--	--	--

Esercizio 3. È dato il seguente sistema differenziale
$$\begin{cases} y_1'(x) = 2y_1(x) - y_2(x) \\ y_2'(x) = y_1(x) + \sin x \end{cases}$$

1. Determinare una matrice fondamentale del sistema omogeneo associato.
2. Stabilire se l'insieme delle soluzioni del **sistema omogeneo associato, che sono infinitesime** a $-\infty$, costituisce uno spazio vettoriale ed, in caso affermativo, determinarne la dimensione.
3. Calcolare tutte le soluzioni del sistema completo che verificano la condizione $y_1(0) = 0 = y_2(0)$.