

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Giustificare ogni affermazione.**Esercizio 1.** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{y(x)}{2(x+1)} - \frac{x+2}{2y(x)} \\ y(0) = k \end{cases}$$

- a) stabilire di che tipo è l'equazione differenziale;
- b) stabilire per quali valori del parametro reale k (se ce ne sono) il problema ha una ed una sola soluzione in un intorno del punto iniziale;
- c) determinare la soluzione o le soluzioni del problema (se possibile) per $k = -1$.

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Giustificare ogni affermazione.**Esercizio 2.** Sia $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2; z \leq 3\}$ a) Calcolare il volume di T .b) Calcolare gli estremi globali di $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z$ in T .

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Giustificare ogni affermazione.**Esercizio 3.** Dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{2x + y}{2\sqrt{x^2 + xy}} + \frac{ye^{\arctan xy}}{1 + x^2 y^2}, \frac{x}{2\sqrt{x^2 + xy}} + \frac{xe^{\arctan xy}}{1 + x^2 y^2} \right)$$

- a) Trovare l'insieme di definizione I di F e specificare se è connesso e se è semplicemente connesso.
- b) Verificare se F risulta conservativo in I e, se esiste, trovare un potenziale di F .
- c) Data la curva γ con parametrizzazione $r(t) = (2 + \cos t, \sin t)$ con $t \in [\pi, 2\pi]$, verificare se tale curva è regolare e, se esiste, calcolare $\int_{\gamma} F$.