

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 1. Dato il sistema differenziale

$$\begin{cases} y_1'(x) = y_1(x) - x \\ y_2'(x) = y_1(x) + e^x \end{cases}$$

- a) determinare due soluzioni linearmente indipendenti del sistema omogeneo associato;
- b) determinare l'integrale generale del sistema dato.

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x, y) := \frac{(e^x - 1) \log(1 + y)}{\log(1 + |x| + |y|)}$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) stabilire se essa è prolungabile per continuità in $(0, 0)$;
- c) in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata è differenziabile in $(0, 0)$.

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 3. Dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(2xe^{x^2} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}, \cos y - \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}} \right)$$

- 1) Rappresentare l'insieme di definizione I di F e specificare se I è semplicemente connesso.
- 2) Verificare se F è conservativo in I e, se esiste, trovare un potenziale di F in I .
- 3) Data la curva γ di rappresentazione parametrica $r(t) = (t, 2 - t^2)$, con $t \in [0, \sqrt{2}]$, verificare se la curva è regolare e, se esiste, calcolare $\int_{\gamma} F$.