

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

numero di matricola

--	--	--	--	--	--	--

**N.B. Giustificare ogni affermazione.****Esercizio 1.** Si consideri la porzione di superficie

$$S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \geq 0, x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}$$

- Calcolare l'area di  $S$ ;
- calcolare, se esiste, l'equazione del piano tangente alla superficie nel punto  $(1, 0, \sqrt{3})$ .

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

numero di matricola

--	--	--	--	--	--	--

**N.B. Giustificare ogni affermazione.****Esercizio 2.** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{x - y^2}}{x + y}$$

- a) Determinare e tracciare il dominio di  $f$ .
- b) Stabilire se la funzione sia prolungabile per continuità in  $(0, 0)$ .
- c) Si consideri il problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)) \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

Tracciare in un intorno di  $x_0 = 1$  il grafico della soluzione, se esiste.

- d) Risolvere il problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = P(x, y(x)) \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

essendo  $P$  il polinomio di Taylor di  $f$  del primo ordine centrato nel punto  $(1, 0)$ .

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

numero di matricola

--	--	--	--	--	--	--

**N.B. Giustificare ogni affermazione.****Esercizio 3.** Data la funzione

$$f(x; y) := \frac{(e^{x-|y|} - 1) \log(1 + |x| - |y|)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

- stabilire se essa è prolungabile per continuità in  $(0, 0)$ ;
- in caso affermativo stabilire se la funzione così prolungata è dotata di derivate parziali in  $(0, 0)$ ;
- in caso affermativo stabilire se la funzione così prolungata è differenziabile in  $(0, 0)$ .