

Analisi matematica II – Ing. edile-architettura e v.o.
Esame scritto – 12 luglio 2011

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Data l'equazione differenziale

$$x^2y''(x) + xy'(x) + 4y(x) = -\log x$$

- a) Determinare due soluzioni linearmente indipendenti dell'equazione omogenea associata;
- b) determinare l'integrale generale dell'equazione data, precisandone l'insieme di definizione.

Analisi matematica II – Ing. edile-architettura e v.o.
Esame scritto – 12 luglio 2011

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Dato il solido

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4, 1 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4 + x^2 + y^2\}$$

a) Calcolare

$$\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \, dz$$

b) Parametrizzare la superficie S contorno di V .

c) Calcolare l'area della superficie Ω tale che $\Omega = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4, z = 4 + x^2 + y^2\}$,

d) Applicando il teorema della divergenza, determinare il flusso del campo $F(x, y, z) = (y, x, z\sqrt{x^2 + y^2})$ uscente dalla superficie S contorno di V .

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Sia data la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{|x| \log(1 + x + y)}{|x| + |y|} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) f è continua e derivabile in $(0, 0)$?
- b) calcolare, se esiste, la derivata direzionale della funzione f nel punto $(0, 0)$ e nella direzione $(3/5, 4/5)$.
- c) Sia $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y - e + 1 = 0, 0 \leq x \leq 1\}$; calcolare, se esistono, il massimo assoluto e il minimo assoluto di f in A .