

COGNOME _____ NOME _____

numero di matricola

--	--	--	--	--	--	--

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 1. Dato il sistema differenziale

$$\begin{cases} y_1'(x) = y_1(x) - y_2(x) \\ y_2'(x) = y_1(x) - y_2(x) + 2 \end{cases}$$

- a) determinare (se esistono) due soluzioni linearmente indipendenti del sistema omogeneo associato;
- b) determinare (se esiste) una soluzione particolare del sistema dato.

COGNOME _____ NOME _____

numero di matricola

--	--	--	--	--	--	--

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \frac{(x^2 + y^2) e^{x+y}}{\sqrt{x-y}}$$

- a) Tracciare il dominio di f e stabilire se sia possibile prolungare la funzione per continuità nel punto $(0, 0)$.
- b) Calcolare, se esiste, la direzione che rende minima la derivata direzionale di f nel punto $(1, 0)$.
- c) Trovare i valori del parametro reale positivo r per i quali esiste il seguente integrale:

$$\iint_A f(x, y) \sqrt{x-y} \, dx dy$$

dove $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x-1)^2 + y^2 \leq r^2\}$

- d) Sia $r = 1/4$. Determinare un maggiorante del precedente integrale.

COGNOME _____ NOME _____

numero di matricola

--	--	--	--	--	--	--

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 3. Si consideri il seguente campo di forze:

$$F(x, y) = \left(\frac{ax}{2x^2 + 4y^2 - 1} + y; \frac{8y}{2x^2 + 4y^2 - 1} + x + 1 \right)$$

- 1) Determinare, se possibile, i valori del parametro a in modo tale che il campo risulti conservativo in tutto il suo dominio.
- 2) Per tali valori del parametro a calcolare il seguente integrale:

$$\int_{\gamma} F$$

essendo: $\gamma(t) = (4 + \cos t, \sin t)$ con $0 \leq t \leq \pi/2$