

COGNOME _____ NOME _____

numero di matricola

--	--	--	--	--	--	--

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Dato il problema differenziale

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x + y(x)}{1 + x^2 + y^2(x)} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

- studiare esistenza ed unicità della soluzione;
- tracciare il grafico della soluzione in un intorno di $x_0 = 0$;
- determinare il dominio della soluzione.

COGNOME _____ NOME _____

numero di matricola

--	--	--	--	--	--	--

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Siano

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -2 \leq z \leq 2xy, x^2 + y^2 \leq 1\} \text{ ed } S \text{ la frontiera di } V.$$

a) Calcolare l'area di S .

b) Determinare, se esiste, l'equazione del piano tangente ad S nei punti $P_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ e $P_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1\right)$.

COGNOME _____ NOME _____

numero di matricola

--	--	--	--	--	--	--

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Sia

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^4 + x^2y^2 + 2y^4 = 5\}.$$

- Verificare che esistono punti di A di massima e minima distanza dall'origine delle coordinate.
- Calcolare i punti di A di minima distanza dall'origine. (Per semplificare i calcoli, si può considerare, al posto della distanza, il suo quadrato, purché si motivi tale possibilità).