

Analisi matematica 2B  
Esame scritto – 9 aprile 2013

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**N.B. Giustificare ogni affermazione.**

**Esercizio 1.** Si consideri il seguente problema differenziale

$$\begin{cases} y'(x) = -\sqrt{y(x)} (x + 1) + k \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

- a) Esistono valori del parametro reale  $k$  per il quale le soluzioni sono definite in un intorno completo di  $x_0 = 0$ ?
- b) Sia  $k = 0$ . Discutere esistenza ed unicità della soluzione.
- c) Sia  $k = 1$ . Supponendone l'esistenza si tracci il grafico della soluzione in un intorno del punto iniziale.

Analisi matematica 2B  
Esame scritto – 9 aprile 2013

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**N.B. Giustificare ogni affermazione.**

**Esercizio 2.** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \frac{x\sqrt{x+y}}{x-y}$$

- a) Dopo averne tracciato il dominio stabilire se sia possibile prolungare per continuità la funzione nel punto  $(0, 0)$ .
- b) Calcolare la derivata direzionale della funzione nel punto  $(1, 0)$  rispetto alla direzione e verso indicati dal vettore  $v = (3, -4)$ .
- c) Sia  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y \leq x - 1; y \leq 3 - x; y \geq 0\}$ . Determinare, se esistono, gli estremi globali della funzione sulla frontiera di  $A$ .

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**N.B. Giustificare ogni affermazione.**

**Esercizio 3.** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_1^x \frac{\sin(t^2 - t) - t \ln |t|}{\ln(|t^2 - 1|) - t^2} dt$$

- a) Determinare il dominio di  $f$ .
- b) Studiare la monotonia di  $f$  in  $(2, +\infty) \cap \text{dom} f$
- c) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{|x - 1|^\alpha}$$

al variare del parametro reale  $\alpha$ .

- d) Studiare la monotonia di  $f$  in  $(-\infty, 1) \cap \text{dom} f$  e tracciarne il relativo grafico.