Analisi matematica 2B - *Ing.Ch.Ei.Nv.*

Esame scritto – 12 giugno 2013

COGNOME ________________________ NOME _____________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la funzione:

$$f(x,y) = \ln(\sqrt{y - x^2} + 2x)$$

a) Tracciare il dominio della funzione e stabilire se esistono gli estremi globali e locali della funzione.

b) Trovare, se esistono, i punti di minimo e di massimo della funzione nell'insieme:

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0;\ 1/2 \leq y \leq x\} \bigcap dom f$$

c) Calcolare la derivata direzionale della funzione in $P(1,5)$ rispetto a direzione e verso indicati dal vettore $\overrightarrow{u} = (6,-8)$

Analisi matematica 2B - *Ing.Ch.Ei.Nv.*

Esame scritto – 12 giugno 2013

COGNOME ________________________ NOME ____________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri il seguente problema:

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{1-2x}{x^2-x}\, y(x) + \dfrac{1}{x + \arctan x} \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

a) Studiare l'esistenza e unicitá della soluzione al variare di x_0,y_0 precisando il dominio della soluzione.

b) Siano $x_0 = -1$ e $y_0 = 0$. Determinare, se esiste, la soluzione del problema (anche in forma integrale)

c) Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \to -\infty} y(x)$$

Analisi matematica 2B - *Ing.Ch.Ei.Nv.*

Esame scritto – 12 giugno 2013

COGNOME ________________________ NOME ______________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ si consideri la funzione $f_\alpha(t) = \dfrac{(2t+1)\log(1+t)}{(t^2+t+5)^2} t^{3\alpha}$.

a) Studiare al variare di $\alpha\mathbb{R}$ la convergenza dell'integrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} f_\alpha(t)\,\mathrm{d}t$.

b) Calcolare esplicitamente $\displaystyle\int_0^{+\infty} f_0(t)\,\mathrm{d}t$.