

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la funzione:

$$f(x, y) = \frac{\ln(x + y)}{x + y} + \frac{x + y}{\ln(x + y)}$$

- a) Determinare e tracciare il dominio della funzione.
- b) Stabilire se la funzione sia limitata inferiormente e/o superiormente.
- c) Trovare, se esistono, i punti di minimo e di massimo della funzione nell'insieme:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3 \leq x + y \leq 4; x \geq 0; y \geq 0\}$$

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri il problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = (x+1)(|y(x)| - 2) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

- a) Studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare del parametro reale y_0 .
- b) Sia $y_0 = 0$. Stabilire se la soluzione sia derivabile due volte in $x_0 = 0$ e tracciare il grafico locale della soluzione.
- c) $y_0 = 0$. Determinare in un opportuno intorno di $x_0 = 0$ l'espressione analitica esplicita della soluzione.

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Si consideri la funzione:

$$f(x) = \int_{-2}^x \frac{t + \arctan |t|}{\sqrt[3]{(t+3)^2} (\sqrt[3]{t-3} - \sqrt[3]{2t-3})^2} dt$$

- a) Determinare il dominio della funzione.
- b) Determinare insieme di derivabilità e di monotonia della funzione.
- c) Calcolare i limiti agli estremi del dominio e tracciare il grafico della funzione.
- d) Studiare la convergenza del seguente integrale:

$$\int_{-\infty}^{-3} \frac{1}{f(x)} dx$$