

Analisi matematica 2B
Esame scritto – 10 luglio 2015

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2kx + 1}$$

- a) [pt.3] Sia $k = 1/2$. Calcolare, se esiste: $\int_0^1 f(x) dx$
- b) [pt.3] Sia $k = 1$. Tracciare il grafico di $F(x) = \int_0^x e^t f(t) dt$. Specificare inoltre intervalli di monotonia, convessità e invertibilità.
- c) [pt.4] Per quali valori reali di k la funzione f risulta integrabile in $[0, 1]$?

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri l'equazione:

$$y'''(x) + y''(x) - 2y(x) = ae^x + be^{x^2}$$

con a e b parametri reali.

a) [pt. 3] Siano $a = 1$ e $b = 0$. Determinare l'integrale generale dell'equazione.

b) [pt. 3] Sia $b = 0$ e sia

$$V = \{y : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} : y \text{ è soluzione dell'equazione e } \int_0^{+\infty} y(x)dx = 0\}.$$

Per quali valori del parametro reale a V è spazio vettoriale? Determinare una base.

c) [pt. 4] Siano $a = 0$ e $b = 1$. Sia

$$W = \{y : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} : y \text{ è soluzione dell'equazione e } y(0) = y'(0) = 0\}.$$

Esistono funzioni in W di segno costante in un intorno di $x_0 = 0$?

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Sia $f(x, y) := (x^2 - y) \left(x^2 - \frac{y}{3} \right)$.

- (a) [1 pt.] Determinarne: dominio, insieme dei punti di continuità e insieme dei punti di differenziabilità.
- (b) [2 pt.] Determinare e rappresentare la curva di livello: $f(x, y) = 0$.
- (c) [3 pt.] Determinare, se esistono, i punti di estremo locali e globali di f ed i relativi valori di estremo locali e globali.
- (d) [3 pt.] Determinare l'immagine di f .