

Analisi matematica 2 B – ingegneria chimica-elettrica-navale
Esame scritto – settembre 2011

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la funzione.

$$f(x) = \int_{-\frac{1}{4}}^x \frac{\sin(\pi t) - 2t}{(2t^2 + t)\sqrt[3]{2t + 1}} dt$$

- a) Determinare il dominio di f .
- b) Determinare l'insieme di derivabilità di f .
- c) Studiare e disegnare il grafico di f precisando i limiti agli estremi
- d) Studiare la convergenza di:

$$\int_{-1}^0 \frac{1}{f(x)} dx$$

Analisi matematica 2 B – ingegneria chimica-elettrica-navale
Esame scritto – settembre 2011

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 2. Si consideri la funzione:

$$f(x, y) = \frac{|x|y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

- a) Stabilire se la funzione può essere prolungata per continuità e per differenziabilità in $(0, 0)$
- b) Rispetto quali direzioni la funzione risulta derivabile nel punto $(0, 1)$?
- c) Sia $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4; y - x \geq 0\}$. Calcolare il seguente integrale:

$$\iint_A f(x, y) \, dx dy$$

Analisi matematica 2 B – ingegneria chimica-elettrica-navale
Esame scritto – settembre 2011

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{\sin y(x)}{\sqrt{4 - y^2(x)}}, \\ y(0) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

- a) stabilire se esso ha una ed una sola soluzione in un intorno del punto iniziale
b) calcolare, al variare del parametro reale k , il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(y(x) - \frac{\pi}{2})^k}{\sin^3 x}$$

- c) Stabilire se esiste $x_0 \in \mathbf{R}$ tale che $y(x_0) = -1$.