Analisi matematica 2B - *Ing.Ch.Ei.Nv.*

Esame scritto – 17 settembre 2012

COGNOME ________________________ NOME _____________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la funzione:

$$f(x,y) = x + y^2 + x|y|$$

a) Studiare la differenziabilità della funzione.

b) Determinare, se esistono, gli estremi globali e locali della funzione.

c) Trovare, se esistono, i punti di minimo e di massimo della funzione nell'insieme:

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \max\{|x-1|, |y|\} \le 1\}$$

COGNOME ________________________ NOME ______________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2. Si consideri la funzione:

$$f(x) = \int_1^x \frac{\arctan \sqrt{t^2} - t}{(t+2)\sin t}\, dt$$

a) Determinare i limiti agli estremi del dominio e studiare continuità e derivabilità della funzione.

b) Tracciare il grafico della funzione F primitiva di f tale che $F(0) = 0$.

c) Determinare i limiti agli estremi del dominio della funzione $G(x) = f(x + \frac{1}{x})$

d) Sia $H(x) = f(|x|)$. Trovare il piú ampio intorno di $x_0 = -1$ in cui la funzione H risulta invertibile e tracciare il grafico della funzione inversa.

Analisi matematica 2B - *Ing.Ch.Ei.Nv.*

Esame scritto – 17 settembre 2012

COGNOME ________________________ NOME _____________________________

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x)(y(x)+1) = x + |x| \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

a) [pt.4] Studiare l'esistenza e unicitá della soluzione al variare di x_0 e y_0 in $\mathbb{R}$.

b) [pt.3] Siano $x_0 = 0$ e $y_0 = -2$. Determinare tutte le soluzioni del problema.

c) [pt.3] Siano $x_0 = y_0 = 0$. Determinare, se esiste, il polinomio di Mac Laurin di y di secondo grado.