

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{n(x-1)}}{n^2 + 1}$$

- 1) Per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie converge?
- 2) Sia $x = 0$. Quanti termini della serie occorre sommare per stimare la somma a meno di 10^{-4} ?

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema differenziale:

$$\begin{cases} y_1'(x) = y_1(x) + k y_2(x) \\ y_2'(x) = y_1(x) - y_2(x) \end{cases}$$

essendo $k \in \mathbf{R}$

- 1) Scrivere e risolvere un'equazione differenziale equivalente al sistema.
- 2) Sia $k = 0$. Scrivere una matrice fondamentale del sistema.
- 3) Sia $k = 1$. Tracciare il grafico locale della prima componente della soluzione del sistema soddisfacente le seguenti condizioni iniziali: $y_1(0) = y_2(0) = 1$.