

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.**

**Esercizio 1.** Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{n(x-1)}}{n^2 + 1}$$

- 1) Per quali  $x \in \mathbb{R}$  la serie converge?
- 2) Sia  $x = 0$ . Quanti termini della serie occorre sommare per stimare la somma a meno di  $10^{-4}$ ?

**Esercizio 2.** Si consideri il seguente sistema differenziale:

$$\begin{cases} y_1'(x) = y_1(x) + k y_2(x) \\ y_2'(x) = y_1(x) - y_2(x) \end{cases}$$

essendo  $k \in \mathbf{R}$

- 1) Scrivere e risolvere un'equazione differenziale equivalente al sistema.
- 2) Sia  $k = 0$ . Scrivere una matrice fondamentale del sistema.
- 3) Sia  $k = 1$ . Tracciare il grafico locale della prima componente della soluzione del sistema soddisfacente le seguenti condizioni iniziali:  $y_1(0) = y_2(0) = 1$ .