

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{|e^{nx} - e^{-nx} + 1|}{n^\alpha + 1}$$

- 1) Per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ e per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie converge?
- 2) Siano $x = 0$ e $\alpha = 4$. Quanti termini della serie occorre sommare per stimare la somma a meno di 10^{-4} ?

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema differenziale:

$$\begin{cases} y_1'(x) = y_1(x) - y_2(x) + x \\ y_2'(x) = y_1(x) + x \end{cases}$$

- 1) Scrivere e risolvere un'equazione differenziale equivalente al sistema.
- 2) Scrivere una matrice fondamentale del sistema omogeneo.
- 3) Tracciare il grafico locale della prima componente della soluzione del sistema (completo) soddisfacente le seguenti condizioni iniziali: $y_1(0) = y_2(0) = 1$.
- 4) Esistono soluzioni limitate?