

Analisi matematica 2B –
Esame scritto – 13 aprile 2010

COGNOME _____ NOME _____

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Dato il problema differenziale

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{e^{y^2(x)}}{y(x)} \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

- Studiare al variare di y_0 esistenza ed unicità della soluzione.
- Sia $y_0 = 1$. Tracciare il grafico della soluzione in un intorno del punto iniziale e scrivere il polinomio di Mac Laurin di ordine 2 della soluzione.
- Sia $y_0 = 1$. Trovare un'espressione analitica esplicita della soluzione specificandone il dominio.

Analisi matematica 2B –
Esame scritto – 13 aprile 2010

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \int_1^x \frac{\sin(\pi t)}{(e^t - 1)(\sqrt{t+1})} dt$$

- a) Tracciare il grafico di f .
- b) Stabilire se la funzione risulti essere invertibile di $x_0 = 0$ e calcolare, se esiste, $(f^{-1})'(y_0)$ essendo $y_0 = f(0)$.
- c) Si calcoli, se esiste, $F'(0)$, essendo $F(x) = f(|x|)$.

Analisi matematica 2B –
Esame scritto – 13 aprile 2010

COGNOME _____ NOME _____

Esercizio 3. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x, y) = \ln(\sqrt{y^2 - x} - 2y - 1)$$

- a) Determinare e disegnare il dominio della funzione.
b) Determinare, se esistono, gli estremi locali e globali di f in:

$$A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : y^2 - 2 \leq x \leq 0; y \leq \frac{-1}{2}\}$$

- c) Determinare, se esiste, un polinomio di primo grado $P(x, y)$ tale che.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,-1)} \frac{f(x, y) - P(x, y)}{\sqrt{x^2 + (y + 1)^2}} = 0$$

- d) Sia $Q(x, y)$ il polinomio di Taylor di ordine 1 centrato nel punto $(3, -2)$. Calcolare:

$$\iint_A Q(x, y) \, dx dy$$